電子回路のコンピュータによる計算 1

ほとんどの電子素子は２端子素子として表される。

電子回路は、いくつかの２端子素子を接続したものであると見なせる。
素子を電流の方向をもつ線分と考え、線分の端点で他の素子を接続する。
さらに線分の性質として、素子の値、電流、電圧をもつものとする。
素子の値、電流 I、端点間電圧 V の間の関係式は素子によって決まる

$$I = f(V)$$

$$V = g(I)$$

のように表現される。
例えば
抵抗の場合
　コンダクタンスを G とすると

$$I = GV$$

　抵抗を R とすると

$$V = RI$$

コンデンサの場合
　キャパシタを C とすると

$$I = C\frac{\partial V}{\partial t}$$

インダクタの場合
　インダクタンスを L とすると

$$V = L\frac{\partial I}{\partial t}$$

ダイオードの場合

$$I = I_s\left(e^{\frac{1}{kT}V} - 1\right)$$

はじめにグラフ理論で使う用語を簡単に定義する。
グラフ理論では、線分を枝、端点を節点と呼ぶ。
木とは、すべての節点を通り、閉路のない枝の集合をいう。
木に属さない枝の集合を補木という。
カットセットとは､木の枝１本と､グラフを分割するいく本かの補木の枝の集合をいい､木の枝の数だけある。
タイセットとは、補木の枝１本と、閉路を作るいく本かの木の枝の集合をいい、補木の枝の数だけある。

グラフの分割とは、分割されたグラフの間にたどる道がないことをいう。
閉路を作るとは枝をたどると、たどった道のどこかに戻ることをいう。

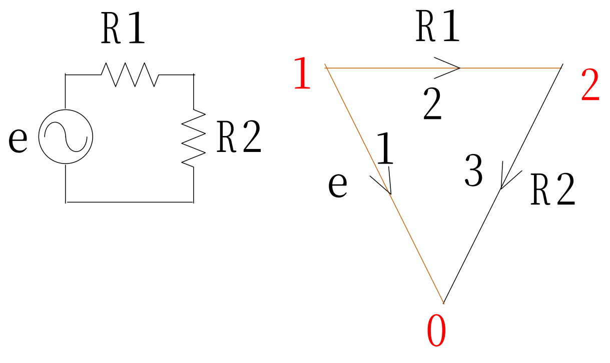


図 1

図 1 で説明する。
右の図はグラフである。
黒色の数字は枝番号、赤色の数字は節点番号である。
茶色の線は木、黒色は補木である。

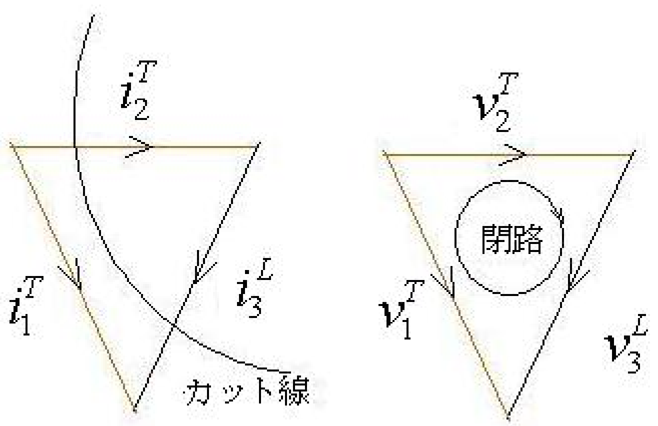


図 2

図 2 の左の図はカットセットが枝番号 2,3 であることを示している。

カットセット電流方程式（１本の電流木と複数の電流補木）
カット線は回路を２つに分離しており、木電流i_2^Tがカット線の左から右へ進み、i_3^Lはその逆なので負の符号をつけて、

$$i_2^T - i_3^L = 0 \tag{1}$$

タイセット電圧方程式（１本の電圧補木と複数の電圧木）
閉路の向きを補木の向きv_3^Lにとるので、v_2^Tは正、$v_1^T = e$は負となり、

$$v_3^L - e + v_2^T = 0$$

$$v_3^L + v_2^T = e \tag{2}$$

1 の方程式から木電流を消去するために、素子式を使って、木電流を木電圧で表す

$$i_2 = \frac{v_2}{R_1} \tag{3}$$

2 の方程式から補木電圧を消去するために、素子式を使って、補木電圧を補木電流で表す

$$v_3 = R_2 i_3 \tag{4}$$

3,4 を 1,2 に代入して

$$\frac{v_2}{R_1} - i_3 = 0 \tag{5}$$

$$R_2 i_3 + v_2 = e \tag{6}$$

これで木電圧と補木電流で表された。

行列で表すと

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & -1 \\ 1 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ e \end{bmatrix}$$

ここまでの**一般化**

カットセット電流方程式のそれぞれは、1 本の電流木と複数の電流補木でできているので

木電流の部分は単位行列になる。

木が 3 本あるとき

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x & x & x \\ 0 & 1 & 0 & x & x & x \\ 0 & 0 & 1 & x & x & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^T \\ i_2^T \\ i_3^T \\ i_1^L \\ i_2^L \\ i_3^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ J \\ 0 \end{bmatrix}$$

一般に

$$\mathbf{i}^T + C\mathbf{i}^L = \mathbf{J}$$

$$\mathbf{i}^T = G\mathbf{v}^T$$

$$\begin{bmatrix} G & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}^T \\ \mathbf{i}^L \end{bmatrix} = \mathbf{J}$$

行列 C をカットセット行列の主要部という。

タイセットも同じように

$$
\begin{bmatrix} x & x & x & 1 & 0 & 0 \\ x & x & x & 0 & 1 & 0 \\ x & x & x & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} v_1^T \\ v_2^T \\ v_3^T \\ v_1^L \\ v_2^L \\ v_3^L \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 0 \\ E \\ 0 \end{bmatrix}
$$

$$D\mathbf{v}^T + \mathbf{v}^L = \mathbf{E}$$

$$\mathbf{v}^L = R\mathbf{i}^L$$

$$\begin{bmatrix} D & R \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{v}^T \\ \mathbf{i}^L \end{bmatrix} = \mathbf{E}$$

行列 D をタイセット行列の主要部という。

まとめて

$$\begin{bmatrix} G & C \\ D & R \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{v}^T \\ \mathbf{i}^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix}$$

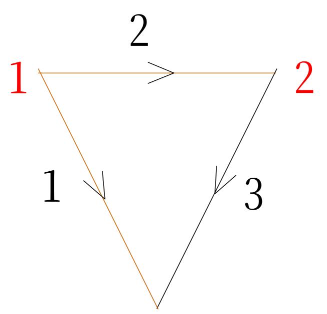
したがってカットセット、タイセットの主要部 C、D がわかると解ける
C、D の関係式として

$$D = -C^t$$

が証明されてる。

左から順に木にしたい枝をならべた接続行列に、行列の基本変換を作用させて
C をうることができる。

接続行列例



$$A = \begin{array}{c} \\ 節点1 \\ 節点2 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} 枝2 & 枝3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

枝 1 は節点 1 から節点 2 へ接続されている。
枝 2 は節点 2 からアースへ接続されている。
ことを示している。