1 2以上の整数 m，n は $m^3+1^3=n^3+10^3$ をみたす。m，n を求めよ。

2 (1) 任意の角 θ に対して，$-2 \leqq x\cos\theta + y\sin\theta \leqq y+1$ が成立するような点 $(x,\ y)$ の全体からなる領域を xy 平面上に図示し，その面積を求めよ。

(2) 任意の角 α，β に対して，$-1 \leqq x^2\cos\alpha + y\sin\beta \leqq 1$ が成立するような点 $(x,\ y)$ の全体からなる領域を xy 平面上に図示し，その面積を求めよ。

3 p，q を実数とする。放物線 $y=x^2-2px+q$ が，中心 $(p,\ 2q)$ で半径1の円と中心 $(p,\ p)$ で半径1の円の両方と共有点をもつ。この放物線の頂点が存在しうる領域を xy 平面上に図示せよ。

4 一辺の長さが2の正三角形ABCを平面上におく。△ABCを1つの辺に関して180°折り返すという操作を繰り返し行う。辺BCに関する折り返しを T_A，辺CAに関する折り返しを T_B，辺ABに関する折り返しを T_C とする。△ABCは，最初3点A，B，Cがそれぞれ平面上の3点O，B′，C′の上に置かれているとする。

(1) T_A，T_C，T_B，T_C，T_A の順に折り返し操作を施したときの頂点Aの移り先をPとする。また，T_A，T_C，T_B，T_A，T_C，T_B，T_A の順に折り返し操作を施したときの頂点Aの移り先をQとする。$\theta=\angle\mathrm{POQ}$ とするとき，$\cos\theta$ の値を求めよ。

(2) 整数 k，ℓ に対して，$\overrightarrow{\mathrm{OR}}=3k\overrightarrow{\mathrm{OB'}}+3\ell\overrightarrow{\mathrm{OC'}}$ により定められる点Rは，T_A，T_B，T_C の折り返し操作を組み合わせることにより，点Aの移り先になることを示せ。

$\boxed{5}$ X, Y, Z と書かれたカードがそれぞれ 1 枚ずつある。この中から 1 枚のカードが選ばれたとき，xy 平面上の点 P を次の規則にしたがって移動する。

・X のカードが選ばれたとき，P を x 軸の正の方向に 1 だけ移動する。

・Y のカードが選ばれたとき，P を y 軸の正の方向に 1 だけ移動する。

・Z のカードが選ばれたとき，P は移動せずそのままの位置にとどまる。

(1) n を正の整数とする。最初，点 P を原点の位置におく。X のカードと Y のカードの 2 枚から無作為に 1 枚を選び，P を，上の規則にしたがって移動するという試行を n 回繰り返す。

(i) n 回の試行の後に P が到達可能な点の個数を求めよ。

(ii) P が到達する確率が最大の点をすべて求めよ。

(2) n を正の 3 の倍数とする。最初，点 P を原点の位置におく。X のカード，Y のカード，Z のカードの 3 枚のカードから無作為に 1 枚を選び，P を，上の規則にしたがって移動するという試行を n 回繰り返す。

(i) n 回の試行の後に P が到達可能な点の個数を求めよ。

(ii) P が到達する確率が最大の点をすべて求めよ。