注　意　問題A 1，A 2，A 3，A 4，B 1の解答を，**解答用紙**の所定の欄に記入しなさい。空欄（ア）〜（ホ）については，当てはまるもの（数，式など）を**解答用紙**の所定の欄に記入しなさい。

A 1

（1）　平面上において点Oを中心とする半径rの円を考える。この円の外部にある点Aからこの円に引いた2本の接線のなす角度が$\frac{\pi}{6}$であるとき，$\frac{r}{\mathrm{OA}}$の値は$\boxed{\text{（ア）}}$である。

（2）　xy平面上で放物線$C：y=x\left(\frac{5}{2}-x\right)$と直線$l：x-2y=0$が囲む図形の面積は$\boxed{\text{（イ）}}$である。放物線$C$と直線$l$との2つの交点をA，Bとする。点Pが放物線$C$上をAからBまで動くとき，三角形APBの面積が最大となるのは点Pが$\mathrm{P_0}\left(\boxed{\text{（ウ）}},\ \boxed{\text{（エ）}}\right)$のときである。点$\mathrm{P_0}$から直線$l$におろした垂線を$\mathrm{P_0H}$とすると，Hの座標は$\left(\boxed{\text{（オ）}},\ \boxed{\text{（カ）}}\right)$である。

（3）　xy平面上において曲線$y=e^x$および3つの直線$x=0$，$x=1$，$y=0$により囲まれる図形をKとする。図形Kをx軸のまわりに回転してできる立体の体積は$\boxed{\text{（キ）}}$であり，図形Kをy軸のまわりに回転してできる立体の体積は$\boxed{\text{（ク）}}$である。

A 2

さいころを投げるという試行を繰り返し行う。ただし，2回連続して5以上の目が出た場合は，それ以降の試行は行わないものとする。

n 回目の試行が行われ，かつ n 回目に出た目が4以下になる確率を p_n とする。このとき，$p_1=\dfrac{2}{3}$，$p_2=\boxed{\text{（ケ）}}$，$p_3=\boxed{\text{（コ）}}$ である。また $p_0=1$ とおく。$n\geqq 0$ に対して，p_n，p_{n-1}，p_{n-2} の間に成立する関係式を求め，それを $p_{n+2}-\beta p_{n+1}=\alpha(p_{n+1}-\beta p_n)$ $(\alpha>\beta)$ の形に書くと $\alpha=\boxed{\text{（サ）}}$ である。よって，$p_n=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\left(\boxed{\text{（シ）}}\right)$ となる。

また，n 回目の試行が行われ，かつ n 回目に出た目が5以上になる確率を q_n とする。このとき $q_1=\dfrac{1}{3}$ である。$n\geqq 2$ とするとき，q_n と p_{n-1}，p_{n-2} の間には $q_n=\boxed{\text{（ス）}}$ なる関係式が成り立つ。したがって，5以上の目が出る回数の期待値は $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}q_n=\boxed{\text{（セ）}}$ である。

A 3

$a>1$ とする。xy 平面上において点 $(a,\ a)$ を中心とする半径 r の円 $(x-a)^2+(y-a)^2=r^2$ を考える。この円が曲線 C：$xy=1\ (x>0)$ に接するのは，半径 r がどのような値のときであるかを調べてみよう。この半径 r の円が曲線 C と接するとき，その接点の x 座標は，曲線

$$y=f(x)=(x-a)^2+\left(\frac{1}{x}-a\right)^2$$

と直線 $y=r^2$ が接する場合の接点の x 座標と一致する。

$1<a\leqq$ $\boxed{\text{（ソ）}}$ のとき，$y=f(x)$ は $x>0$ において $x=\alpha_0=$ $\boxed{\text{（タ）}}$ でのみ極小となる。よって，x 座標が α_0 なる点において半径 $r=$ $\boxed{\text{（チ）}}$ の円だけが曲線 C に接する。

$a>$ $\boxed{\text{（ソ）}}$ のとき，$y=f(x)$ は $x>0$ において $x=\alpha_0$ で極大となり，$x=\alpha_1=$ $\boxed{\text{（ツ）}}$，$x=\alpha_2=$ $\boxed{\text{（テ）}}$ $(\alpha_1<\alpha_2)$ において極小となる。したがって，x 座標が α_0 なる点で曲線 C に接する円のほかに，半径 $r=$ $\boxed{\text{（ト）}}$ の円が x 座標が α_1，α_2 なる 2 点において曲線 C に接する。

A 4

$a>0$ とする。このとき，３次方程式

$$\frac{1}{2}(x^3+3x)=a$$

はただ一つの実数解 $x(a)>0$ をもつ。正の数 R に対し，$0<a\leqq R$ の範囲で a を動かすとき，対応する実数解 $x(a)$ が整数となるような a の個数を $N(R)$ とする。

$N(R)=1$ となるような R の範囲は $\boxed{\text{（ナ）}}\leqq R<\boxed{\text{（ニ）}}$ である。

$x=u-\dfrac{1}{u}$ とおき，$\dfrac{1}{2}(x^3+3x)$ を u で表すと $\boxed{\text{（ヌ）}}$ となる。したがって，$x(a)$ を a を使って表せば

$$x(a)=\sqrt[3]{\boxed{\text{（ネ）}}}-\frac{1}{\sqrt[3]{\boxed{\text{（ネ）}}}}\qquad\left(\boxed{\text{（ネ）}}>0\right)$$

となる。

$L=\displaystyle\lim_{R\to\infty}R^{-C}N(R)$ が有限な正の値となるのは $C=\boxed{\text{（ノ）}}$ のときであり，そのとき $L=\boxed{\text{（ハ）}}$ である。

B 1

xy 平面上において円 $C : x^2 + y^2 = 1$ と直線 $l : 2x - y = 0$ を考える。

（1） 行列 $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ で表される 1 次変換によって，円 C はどのような図形に移るか。理由をつけて答えなさい。

（2） 円 C と直線 l との交点の座標は $\left(\boxed{\text{（ヒ）}}, \boxed{\text{（フ）}}\right)$, $\left(\boxed{\text{（ヘ）}}, \boxed{\text{（ホ）}}\right)$ である。

（3） 円 C を円 C に移し，直線 l を直線 l に移す 1 次変換を表す行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ をすべて求めなさい。求める過程も示すこと。