[1] $f(x) = x^2 + 3$ とし，点 $(0,\ f(0))$ を通り傾きが a である直線の方程式を $y = g(x)$ とする．

$$I(a) = 3\int_{-1}^{1} |f(x) - g(x)|\, dx$$

とおく．

(1) 区間 $a \leqq -1$ における $I(a)$ の最小値は $\boxed{(1)}\boxed{(2)}$ である．

(2) $-1 \leqq a \leqq 0$ のとき $I(a) = \boxed{(3)}\boxed{(4)}\, a^3 + \boxed{(5)}\boxed{(6)}\, a + \boxed{(7)}\boxed{(8)}$ で，

この区間における $I(a)$ の最小値は $\boxed{(9)}\boxed{(10)}$，最大値は $\boxed{(11)}\boxed{(12)}$ である．

[2] 袋の中に赤玉 2 個と白玉 2 個が入っている．この袋から 2 個の玉を同時に取り出し，色を調べてから袋に戻す．以下では，これを試行という．n を自然数とする．次のルール (A), (B), (C) に従って試行を繰り返すゲーム G_n を行い，得点を決める．

(A) 取り出した 2 個の玉の色が異なる場合には試行を繰り返す．ただし，n 回試行を行った場合には繰り返さず，ゲームを終了する．

(B) 取り出した 2 個の玉の色が同じ場合にはゲームを終了する．

(C) k 回試行を行いゲームが終了した場合に得点を 2^k とする．

従って最低得点は 2，最高得点は 2^n である．以下では，$\log_2 3 = 1.585$, $\log_2 5 = 2.322$ として計算せよ．

(1) $n = 5$ のとき，すなわちゲーム G_5 において，得点が 2^3 となる確率は $\dfrac{\boxed{(13)}\boxed{(14)}}{\boxed{(15)}\boxed{(16)}}$，得点が 2^5 となる確率は $\dfrac{\boxed{(17)}\boxed{(18)}}{\boxed{(19)}\boxed{(20)}}$ である．

(2) ゲーム G_n において，得点が 2^{n-1} 以下となる確率が 0.99 以上になるための必要十分条件は $n \geqq \boxed{(21)}\boxed{(22)}$ である．

(3) ゲーム G_n における得点の期待値は $\boxed{(23)}\boxed{(24)}\left(\dfrac{\boxed{(25)}}{\boxed{(26)}}\right)^n + \boxed{(27)}\boxed{(28)}$ である．

[3] 座標平面上で，3 点 O(0, 0), A(4, 3), B(2, 5) を頂点とする 3 角形 OAB について考える．

3 角形 OAB の面積は $\boxed{(29)}$ である．また，線分 AB を 1 : 2 に内分する点を C とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OD}} = 3\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ により定まる点 D の座標は

$$\left(\boxed{(30)}\boxed{(31)}\,,\ \boxed{(32)}\boxed{(33)} \right),$$

点 O に関して，点 A と対称である点の座標は

$$\left(\boxed{(34)}\boxed{(35)}\,,\ \boxed{(36)}\boxed{(37)} \right),$$

点 O に関して，点 B と対称である点の座標は

$$\left(\boxed{(38)}\boxed{(39)}\,,\ \boxed{(40)}\boxed{(41)} \right)$$

である．

以下では，n 角形 $(n = 3, 4, 5, \cdots)$ はその周および内部からなるものとする．

3 角形 OAB の点 E, F (E と F は同じ点でもよい) を用いて，$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = 2\overrightarrow{\mathrm{OE}} + \overrightarrow{\mathrm{OF}}$ の形に表すことのできる点 P 全体の集合を S，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \overrightarrow{\mathrm{OE}} - \overrightarrow{\mathrm{OF}}$ の形に表すことのできる点 Q 全体の集合を T とする．

このとき，S は面積が $\boxed{(42)}\boxed{(43)}$ である $\boxed{(44)}$ 角形をなし，T は面積が $\boxed{(45)}\boxed{(46)}$ である $\boxed{(47)}$ 角形をなす．

[4] a は定数とする．以下において，割り算は x についての整式とみて行うものとする．

(1) A, B は x についての整式とし，A を x^2-a で割ると余りが $x+1$，B を x^2-a で割ると余りが x であるとする．AB を x^2-a で割ったときの余りを求めよ．

(2) x^{150} を $x-a$ で割ったときの余りを求めよ．

(3) x^{150} を x^2-a で割ったときの余りを求めよ．

(4) x^{151} を x^2-a で割ったときの余りを求めよ．

(5) x^{151} を x^5-a で割ったときの余りを求めよ．

[5] 座標平面上で，不等式

$$3(\log_2 x - 1) \leqq \log_2 y - 1 \leqq 2(\log_2 x - 1)$$

をみたす点 $(x,\ y)$ 全体の集合を D とする．

(1) D を図示せよ．

(2) 点 $(x,\ y)$ が D 内を動くとき， $x+y$ の最大値を求めよ．

(3) 点 $(x,\ y)$ が D 内を動くとき， $x-y$ の最大値を求めよ．

[6] k は 0 でない実数とする．座標平面上で，不等式 $x^2+y^2<k^2$ をみたす点 $(x,\ y)$ 全体の集合を A，不等式 $y \geqq \dfrac{1}{2}x^2-2k$ をみたす点 $(x,\ y)$ 全体の集合を B とする．

(1) $A\cap B=\phi$ となるような k の値の範囲を求めよ．ただし，ϕ は空集合を表す．

(2) $A\subset B$ となるような k の値の範囲を求めよ．