

1

(30 点)

次の各問にそれぞれ答えよ.

問 1 xyz 空間上の 2 点 $A(-3, -1, 1)$, $B(-1, 0, 0)$ を通る直線 ℓ に点 $C(2, 3, 3)$ から下ろした垂線の足 H の座標を求めよ.

問 2 白球と赤球の入った袋から 2 個の球を同時に取り出すゲームを考える. 取り出した 2 球がともに白球ならば「成功」でゲームを終了し, そうでないときは「失敗」とし, 取り出した 2 球に赤球を 1 個加えた 3 個の球を袋にもどしてゲームを続けるものとする. 最初に白球が 2 個, 赤球が 1 個袋に入っていたとき, $n - 1$ 回まで失敗し n 回目に成功する確率を求めよ. ただし $n \geq 2$ とする.

2

(30 点)

整式 $f(x)$ と実数 C が

$$\int_0^x f(y) dy + \int_0^1 (x+y)^2 f(y) dy = x^2 + C$$

をみたすとき, この $f(x)$ と C を求めよ.

3

(30 点)

x, y は $x \neq 1, y \neq 1$ をみたす正の数で, 不等式

$$\log_x y + \log_y x > 2 + (\log_x 2)(\log_y 2)$$

をみたすとする. このとき x, y の組 (x, y) の範囲を座標平面上に図示せよ.

4

(30 点)

平面上で、鋭角三角形 $\triangle OAB$ を辺 OB に関して折り返して得られる三角形を $\triangle OBC$ 、 $\triangle OBC$ を辺 OC に関して折り返して得られる三角形を $\triangle OCD$ 、 $\triangle OCD$ を辺 OD に関して折り返して得られる三角形を $\triangle ODE$ とする。 $\triangle OAB$ と $\triangle OBE$ の面積比が $2 : 3$ のとき、 $\sin \angle AOB$ の値を求めよ。

5

(30 点)

p を素数、 n を正の整数とすると、 $(p^n)!$ は p で何回割り切れるか。

問題は、このページで終わりである。