$\boxed{1}$ 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または文字を解答用紙の所定欄に記入せよ。

(1) $\omega^3 = 1,\ \omega \neq 1$ とし，$A = \begin{pmatrix} -\omega^2 & -\omega \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ とする。

$\displaystyle\sum_{n=1}^{2009} A^n = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ と表すと，$a+b+c+d = \boxed{\text{ア}}$ である。

(2) $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_{1005}$ が，

$$\begin{cases} \dfrac{x_1}{x_1+1} = \dfrac{x_2}{x_2+3} = \dfrac{x_3}{x_3+5} = \cdots = \dfrac{x_{1005}}{x_{1005}+2009} \\ x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{1005} = 2010 \end{cases}$$

をみたすとき，$x_{21} = \boxed{\text{イ}}$ である。

(3) $A = \dfrac{1}{21 \cdot 2009},\ B = \left(1 + \dfrac{1}{2009}\right)^{\frac{1}{21}} - 1,\ C = 1 - \left(1 - \dfrac{1}{2009}\right)^{\frac{1}{21}}$ とする。

これらの中で最大のものは $\boxed{\text{ウ}}$，最小のものは $\boxed{\text{エ}}$ である。

$\boxed{}$ には A, B, C の文字を入れよ。

(4) 1 から 19 までの整数の集合を S とする。S の部分集合 A で，次の 2 つの条件をみたすものを考える。

(i) A は 5 個の要素からなる。
(ii) A のどの 2 つの要素の差も 1 より大きい。

このような A は全部で $\boxed{\text{オ}}$ 個ある。

$\boxed{2}$ xyz 空間の球面 $x^2+y^2+(z-1)^2=1$ を S とし，直線 $x+y+1=0,\ z=0$ を ℓ とする。S 上の点 $\mathrm{N}(0,0,2)$ と ℓ を含む平面を L とする。次の問に答えよ。

(1) 点 $(a,b,0)$ と N を通る直線と S との交点のうち，N と異なる点の座標を a,b で表せ。

(2) S を表面とする球は，平面 L によって 2 つの図形に分けられる。このとき，小さい方の図形の体積を求めよ。

$\boxed{3}$ n は 1 より大きい整数とし，$0<x<\dfrac{\pi}{4},\ \ 0<y<\dfrac{\pi}{4}$ とする。

$\dfrac{\cos^n x+\cos^n y}{(\cos x+\cos y)^n}$ と $\dfrac{\cos^n 2x+\cos^n 2y}{(\cos 2x+\cos 2y)^n}$ の大小を判定せよ。

$\boxed{4}$ 正の整数 n に対して，集合 $\{1,2,\cdots,n\}$ の部分集合 M で条件

$$m\in M \quad \text{ならば} \quad 2m\notin M$$

をみたすものを考える。このような集合 M に対して M の要素の個数を $g(M)$ とするとき，$g(M)$ の取りうる最大値を $f(n)$ と表す。
次の問に答えよ。

(1) n が 4 の倍数のとき，$f(n)\geqq\dfrac{n}{2}+f\left(\dfrac{n}{4}\right)$ が成り立つことを示せ。

(2) n が 4 の倍数のとき，$f(n)\leqq\dfrac{n}{2}+f\left(\dfrac{n}{4}\right)$ も成り立つことを示せ。

(3) $f(3\cdot 2^{125})$ を求めよ。

〔以　下　余　白〕