

1 不等式

$$\sqrt{4x - x^2} > 3 - x$$

を満たす x の範囲を求めよ。

(35 点)

2 三角形 OAB において $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ とする。 $0 < p < 1$, $0 < q < 1$ を満たす p, q に対して, 辺 OA 上に点 C, 辺 OB 上に点 D を

$$\overrightarrow{OC} = p\vec{a}, \quad \overrightarrow{OD} = q\vec{b}$$

となるように定める。AD と BC の交点を M とし, OM の延長と AB の交点を N とする。

- (1) $\overrightarrow{OM} = x\vec{a} + y\vec{b}$ を満たす x, y を p, q を用いて表せ。
- (2) $\overrightarrow{ON} = z\vec{a} + w\vec{b}$ を満たす z, w を p, q を用いて表せ。

(40 点)

3 関数 $y = x - (\sin x + \sqrt{3} \cos x)$ の、区間 $-\pi \leq x \leq \pi$ における最大値、最小値と、それらを与える x の値を求めよ。

(40 点)

4 点 $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ における円 $x^2 + y^2 = 1$ の接線を l とする。

- (1) 放物線 $y = ax^2 + b$ が P を通り、 l を接線とするように a, b を定めよ。
- (2) (1) で定めた a, b に対して、平面上の点 A, B を $A(0, 1), B(0, b)$ とする。 y 軸の右側にある円弧 AP 、放物線の一部である曲線 PB 、および y 軸とで囲まれた部分の面積を求めよ。
- (3) (2) の図形を y 軸に関して 1 回転して得られる回転体の体積を求めよ。

(35 点)