数　学　共　通

解答は，それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に
書くこと．

1 次の問いに答えよ．

(1) 関数 $f(x)$，$g(x)$ を

$$f(x) = |\,x^2 - 4x + 3\,|$$
$$g(x) = ax \quad (a > 0)$$

とおく．曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = g(x)$ が共有点を 4 つもつような定数 a の値の範囲を求めよ．

(2) 次の連立不等式の表す領域を図示し，その領域の面積を求めよ．

$$\begin{cases} y \geqq |\,x^2 - 4x + 3\,| \\ y \leqq x \end{cases}$$

2 次の問いに答えよ.

(1) 方程式 $3x^2-6x+2=0$ は 2 つの相異なる実数解をもち，それらはいずれも 0 でないことを示せ.

(2) α，β を (1) の方程式の相異なる解とする．自然数 n に対し $A_n=(\alpha^{-n}+\beta^{-n})(\alpha+\beta)^n$ とおく.

(i) A_1，A_2 は整数となることを示せ.

(ii) すべての自然数 n について A_n は整数となることを示せ.

3 aを正の数とし，次のような条件をみたす四面体 OABC を考える.

$$\angle\mathrm{AOB} = \angle\mathrm{AOC} = 90^\circ$$

$$\mathrm{OB} = 4,\ \mathrm{BC} = 5,\ \mathrm{OC} = 3,\ \mathrm{OA} = a$$

(1) $\angle\mathrm{BAC} = \theta$とおく．$\cos\theta$を aを用いて表せ.

(2) $\triangle\mathrm{ABC}$ の面積を aを用いて表せ.

(3) 球 S_1 が四面体 OABC のすべての面と接しているとする．この球 S_1 の半径を aを用いて表せ.

(4) 四面体 OABC のすべての頂点が球 S_2 の表面上にあるとする．この球 S_2 の半径を aを用いて表せ.

数　学　共　通 (化学科用)

解答は，それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に
書くこと.

1 次の問いに答えよ.

(1) 方程式 $3x^2 - 6x + 2 = 0$ は 2 つの相異なる実数解をもち，それらはいずれも 0 でないことを示せ.

(2) α，β を (1) の方程式の相異なる解とする．自然数 n に対し
$A_n = (\alpha^{-n} + \beta^{-n})(\alpha + \beta)^n$ とおく.

(i) A_1，A_2 は整数となることを示せ.

(ii) すべての自然数 n について A_n は整数となることを示せ.

2 aを正の数とし，次のような条件をみたす四面体OABCを考える．

$$\angle\mathrm{AOB} = \angle\mathrm{AOC} = 90^\circ$$

$$\mathrm{OB} = 4,\ \mathrm{BC} = 5,\ \mathrm{OC} = 3,\ \mathrm{OA} = a$$

(1) $\angle\mathrm{BAC} = \theta$とおく．$\cos\theta$を$a$を用いて表せ．

(2) $\triangle\mathrm{ABC}$の面積をaを用いて表せ．

(3) 球S_1が四面体OABCのすべての面と接しているとする．この球S_1の半径をaを用いて表せ．

(4) 四面体OABCのすべての頂点が球S_2の表面上にあるとする．この球S_2の半径をaを用いて表せ．

3 関数 $f(x)=e^{-x}\sin x$ について以下の問いに答えよ.

(1) 区間 $x>0$ における関数 $y=f(x)$ の極値とそのときの x の値を求めよ.

(2) x についての方程式 $f(x)=k$ が区間 $x>0$ においてちょうど 4 つの解をもつような定数 k の値の範囲を求めよ.