

09-2〔文〕数学（その1）

1.  $\alpha, \beta$  を 2 次方程式  $t^2 - t - 1 = 0$  の 2 つの解とする.

(1)  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  に対して  $s_n = \alpha^n + \beta^n$  は, 次の漸化式を満たすことを示せ.

$$s_{n+2} - s_{n+1} - s_n = 0$$

(2)  $s_5 = \alpha^5 + \beta^5$  を求めよ.

2. 平面上に 3 点 O, A, B があり,  $|\overrightarrow{OA}| = 5$ ,  $|\overrightarrow{AB}| = 4$ ,  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 30$  であるとき,  $|\overrightarrow{OB}|$  と  $\triangle OAB$  の面積を求めよ.

09-2〔文〕数学（その2）

3. 空間内に点  $A(-1, -1, -1)$ ,  $B(1, 1, 2\sqrt{2} - 1)$ ,  $C\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{7\sqrt{2}}{2} - 1\right)$  を中心とする3個の球がある. どの球も他の球の外側にあり, かつどの2個の球も互いに接している.  $A, B, C$  を中心とする球の半径をそれぞれ  $a, b, c$  とする.  $a, b, c$  を求めよ.

4. 放物線  $y = -x^2$  上に点  $P$  があり, 放物線  $y = (x - 4)^2 - 1$  上に点  $Q$  がある. 点  $P$  における  $y = -x^2$  の接線と点  $Q$  における  $y = (x - 4)^2 - 1$  の接線とは平行であり, また線分  $PQ$  とこれらの接線とは垂直である. 2点  $P, Q$  の座標を求めよ.