

09-2〔数〕数学(1)(その1)

1. a は $0 \leq a \leq 1$ を満たす実数とする. 関数 $y = |x - a|$ のグラフと円周 $x^2 + y^2 = 1$ の 2 交点の中点を M とする.

(1) M の座標を a を用いて表せ.

(2) a が $0 \leq a \leq 1$ の範囲を動くときの M の軌跡を図示せよ.

2. $\triangle ABC$ の内部の点 P は, $7\vec{PA} + 3\vec{PB} + 2\vec{PC} = \vec{0}$ を満たしている. 辺 BC を $2:3$ に内分する点を D とする.

(1) \vec{PD} を \vec{PB} と \vec{PC} を用いて表せ.

(2) 3 点 A, P, D が同一直線上にあることを示せ.

(3) $\triangle PBD$ と $\triangle PCA$ の面積の比を求めよ.

09-2〔数〕数学(1)(その2)

3. 濃度 12% の食塩水 400 g が容器 A に入っている.

「容器 A の食塩水のうち 100 g を取り除き, その後に濃度 3% の食塩水 100 g を容器 A に加えてよくかきまぜる」

という操作を n 回行った後の容器 A の食塩水の濃度を a_n % とする.

- (1) a_{n+1} を a_n を用いて表せ.
- (2) a_n を n の式で表せ.
- (3) $a_n < 6$ となるような最小の n を求めよ.

4. $0 \leq x \leq 1$ の範囲で $F(x) = \int_x^{x+1} |t^2 - 1| dt$ の値が最小となるような x を求めよ.

09-2〔数〕数学(2)(その1)

1. 座標平面上に点 P と点 Q があり, 原点 O に対して $\overrightarrow{OQ} = 2\overrightarrow{OP}$ という関係が成り立っている. 点 P が, 点 $(1,1)$ を中心とする半径 1 の円周 C 上をうごくとき,

- (1) 点 Q の描く図形 D を図示せよ.
- (2) C と D の交点の x 座標をすべて求めよ.

2. 45 を引いても 44 を足しても平方数となるような自然数を求めよ. ただし, 平方数とはある自然数 n によって n^2 と表される数のことである.

3. 2つの曲線 $y = e^x$ と $y = a\sqrt{x}$ の共有点が1個であるとき、次の問いに答えよ.

- (1) 定数 a と共有点の座標を求めよ.
- (2) この2つの曲線と y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ.

4. a, b は実数とする. 2次正方行列 A があって、

$$A \begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ b \end{pmatrix} \quad \text{かつ} \quad A \begin{pmatrix} 1 \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix}$$

が成り立っている.

- (1) $ab \neq 1$ のとき A を求めよ.
- (2) $ab = 1$ のとき、 a を求め、この a の値に対して上の条件を満たす行列 A が2個以上あることを示せ.