

[I] 以下の問の (1) ~ (29) に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(-)をマークしなさい。

(1) a を実数とすると、3次方程式 $x^3 + ax^2 - 3x + 10 = 0$ の解の1つが $x = 2 - i$ (i は虚数単位) である。このとき、 a の値は (1)(2) であり、この方程式の実数解は $x =$ (3)(4) である。

(2) $0 \leq x \leq \pi$ の範囲で定義された2つの関数

(i) $f(x) = \sqrt{3} \sin x + 3 \cos x$

(ii) $g(x) = 3 \sin^2 x + 6\sqrt{3} \sin x \cos x + 9 \cos^2 x - 2\sqrt{3} \sin x - 6 \cos x$

がある。このとき、 $f(x)$ がとりうる値の範囲は、

$$(5)(6) \leq f(x) \leq (7) \sqrt{(8)}$$

$g(x)$ がとりうる値の範囲は、

$$(9)(10) \leq g(x) \leq (11)(12) \text{ である。}$$

- (3) 2点A(3, 1), B(1, 4)と, 円 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ がある. この円上を動く点Pと, A, Bとでできる $\triangle ABP$ の面積の最小値は $\boxed{(13)} - \sqrt{\boxed{(14)}\boxed{(15)}}$, 最大値は $\boxed{(16)} + \sqrt{\boxed{(17)}\boxed{(18)}}$ である.

(4) $\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{\boxed{(19)} - \boxed{(20)}}}{\boxed{(21)}}$ であり, $\cos 18^\circ = \frac{\sqrt{\boxed{(22)}\boxed{(23)} + \boxed{(24)}\sqrt{\boxed{(25)}}}}{\boxed{(26)}}$ である.

- (5) 12^{60} は $\boxed{(27)}\boxed{(28)}$ 桁の整数である. また, その最高位の数字は $\boxed{(29)}$ である. ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする.

〔Ⅱ〕以下の問の $\boxed{\text{(30)}}$ ～ $\boxed{\text{(39)}}$ に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(-)をマークしなさい。

xy 平面において、2つの放物線 $y = x^2 + ax$, $y = x^2 - 2ax$, およびこの2つの放物線と接する直線 l がある。ただし、 a は正の定数とする。

(1) l の方程式は、

$$y = \frac{\boxed{\text{(30)}\boxed{\text{(31)}}}{\boxed{\text{(32)}}} ax - \frac{\boxed{\text{(33)}}}{\boxed{\text{(34)}\boxed{\text{(35)}}} a^2 \text{ である.}$$

(2) この2つの放物線と接線 l で囲まれる図形の面積 S を a の式で表すと、

$$S = \frac{\boxed{\text{(36)}}}{\boxed{\text{(37)}\boxed{\text{(38)}}} a^{\boxed{\text{(39)}}} \text{ である.}$$

〔Ⅲ〕以下の問の (40) ～ (59) に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(-)をマークしなさい。

1から n までの自然数が1つずつ書かれた n 枚のカードがある。ただし、 $n \geq 3$ とする。これらのカードをよくまぜて1枚取り出したとき、そのカードに書かれた数字を x_1 とする。次にこのカードをもとに戻してからよくまぜて、1枚のカードを取り出し、そのカードに書かれた数字を x_2 とする。同様の手順をあと2回行い、3回目および4回目に取り出したカードに書かれた数字をそれぞれ x_3, x_4 とする。

(1) $n = 12$ のとき、 $x_1 < x_2$ となる確率は $\frac{(40)(41)}{(42)(43)}$ である。

(2) $n = 12$ のとき、 $x_1 < x_2 \leq x_3$ となる確率は $\frac{(44)(45)(46)}{(47)(48)(49)}$ である。

(3) $x_1 < x_2 < x_3$ かつ $x_3 > x_4$ となる確率を $\frac{f(n)}{n^4}$ とすると、

$$f(n) = \frac{(50)}{(51)} n^4 - \frac{(52)}{(53)(54)} n^3 + \frac{(55)}{(56)} n^2 - \frac{(57)}{(58)(59)} n \quad \text{である。}$$

[IV] 以下の問の (60) ~ (75) に当てはまる適切な数値またはマイナス符号(-)をマークしなさい。

空間に3点A(1, 0, 0), B(0, -2, 0), C(0, 0, 4)がある。△ABCの外接円の中心をPとする。Pを通り平面ABCに垂直な直線をひき、この直線上に点Qをとる。

(1) Pのx座標は $\frac{(60)}{(61)(62)}$ である。

(2) △ABCの外接円上の1つの点をRとする。∠PRQ = 60° のとき、Qのx座標は

$$\frac{(63)}{(64)(65)} \pm \frac{(66)(67)\sqrt{(68)(69)}}{(70)(71)} \text{ である。}$$

(3) (2)のとき、四面体QABCの体積は $\frac{(72)\sqrt{(73)(74)}}{(75)}$ である。