

図チャレ 第4回 (2002年1月)

m, n を2以上の自然数とする。

東西に m 本の道路, 南北に n 本の道路があり, 1つの交差点から出発してこの道路に沿って進み, 出発点を除く $mn - 1$ 個の交差点すべてをそれぞれ1回ずつ通り, もとの交差点に戻りたい。このようなことが可能であるための m, n についての必要十分条件を求めよ。

解答

題意の道路を xy 平面上で,

線分 $x = k, 1 \leq y \leq n$ ($k = 1, 2, \dots, m$)

線分 $y = k, 1 \leq x \leq m$ ($k = 1, 2, \dots, n$)

により表すことにし, 交差点 (p, q) ($1 \leq p \leq m, 1 \leq q \leq n$) に対して

$p + q$ が偶数ならば \bullet , $p + q$ が奇数ならば \circ

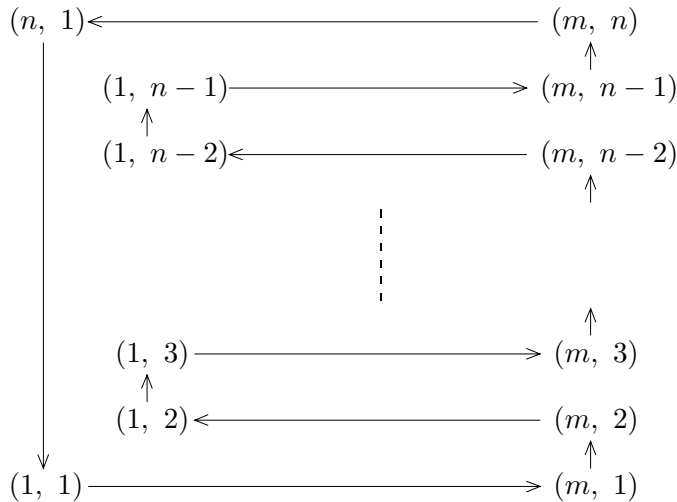
とししをつけることにする。

題意のような巡回ができるとすれば, \bullet からスタートして \bullet と \circ を交互にすべての交差点を1回ずつを通り, 出発点の \bullet に戻ってこれるはずであるから,

mn が偶数であることが必要

である。

n が偶数のときは, 例えば次のように巡回すると考えれば実現可能である。



m が偶数の場合も同様に巡回可能である。

以上により, 求める必要十分条件は

mn は偶数 (m または n は偶数) (答)

である。