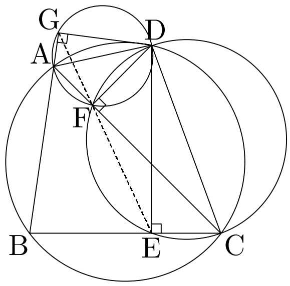
# 図チャレ 第25回 (2003年10月)

円に内接する四角形ABCDがあり，頂点Dから直線BC, CA, ABにおろした垂線の足をそれぞれE, F, Gとする。

(1) $\angle \mathrm{ADG} = \angle \mathrm{CDE}$ であることを示せ。

(2) 3点E, F, Gは同一直線上にあることを示せ。

## 解答




円に内接する四角形の性質より

$$\angle \mathrm{BAD} + \angle \mathrm{BCD} = 180^\circ$$

であるから，(必要ならば裏返した図形を考えて)

$$\angle \mathrm{BAD} \geqq 90^\circ,\quad \angle \mathrm{BCD} \leqq 90^\circ$$

の場合で示せば十分である。

(1) $\angle \mathrm{BAD} + \angle \mathrm{BCD} = 180^\circ$ より

$$\angle \mathrm{DAG} = 180^\circ - \angle \mathrm{BAD} = \angle \mathrm{BCD} = \angle \mathrm{DCE}$$

であるから，

$$\triangle \mathrm{ADG} \backsim \triangle \mathrm{CDE}$$

$$\therefore\ \angle \mathrm{ADG} = \angle \mathrm{CDE} \qquad \cdots\cdots ①$$

(おわり)

(2) $\angle \mathrm{AFD} = \angle \mathrm{AGD} = 90^\circ$ より，4点A, F, D, Gは同一円周上にあるから，

$$\angle \mathrm{AFG} = \angle \mathrm{ADG} \qquad \cdots\cdots ②$$

$\angle \mathrm{CED} = \angle \mathrm{CFD} = 90^\circ$ より，4点C, D, F, Eは同一円周上にあるから，

$$\angle \mathrm{CFE} = \angle \mathrm{CDE} \qquad \cdots\cdots ③$$

①, ②, ③をあわせると

$$\angle \mathrm{AFG} = \angle \mathrm{CFE}$$

もともとA, F, Cは同一直線上にあるから，対頂角が等しいことより

E, F, Gは同一直線上にある。

(おわり)