# 図チャレ 第58回(2006年7月)

直線$\ell$と共有点をもたない線分ABがあり，線分の両端A，Bから$\ell$へおろした垂線の足をそれぞれP，Qとするとき，

$$\mathrm{AP}+\mathrm{BQ}=\mathrm{AB}$$

が成り立つ。また，PQの中点をMとする。

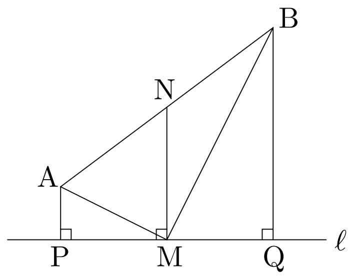
(1) $\angle\mathrm{AMB}=90^\circ$であることを示せ。

(2) 線分AB上に点Fを

$$\mathrm{AF}=\mathrm{AP},\ \mathrm{BF}=\mathrm{BQ}$$

となるようにとるとき，$\mathrm{AB}\perp\mathrm{FM}$であることを示せ。

## 解答




(1) ABの中点をNとすると，AP$/\!/$NM$/\!/$BQより

$$2\mathrm{MN}=\mathrm{AP}+\mathrm{BQ}$$

AP＋BQ＝ABより

$$\mathrm{MN}=\mathrm{AN}=\mathrm{BN}$$

二等辺三角形の性質より

$$\angle\mathrm{NAM}=\angle\mathrm{NMA},\ \angle\mathrm{NMB}=\angle\mathrm{NBM}$$

これら4つの角の総和は△ABMの内角の総和であるから，

$$\begin{aligned}2\angle\mathrm{AMB}&=2(\angle\mathrm{NMA}+\angle\mathrm{NMB})\\&=\angle\mathrm{NAM}+\angle\mathrm{NMA}+\angle\mathrm{NMB}+\angle\mathrm{NBM}\\&=180^\circ\end{aligned}$$

$$\therefore\ \angle\mathrm{AMB}=90^\circ$$

(証明おわり)

(2) NA＝NBおよび NM$/\!/$APより

$$\angle\mathrm{NAM}=\angle\mathrm{NMA}=\angle\mathrm{PAM}$$

$$\therefore\ \angle\mathrm{FAM}=\angle\mathrm{PAM}$$

△FAMと△PAMを考えると，辺ABは共通であり，

$$\mathrm{AF}=\mathrm{AP}$$

であるから，2辺挟角相等により

$$\triangle\mathrm{FAM}\equiv\triangle\mathrm{PAM}$$

特に，

$$\angle\mathrm{AFM}=\angle\mathrm{APM}=90^\circ\qquad\therefore\ \mathrm{AB}\perp\mathrm{FM}$$

(証明おわり)