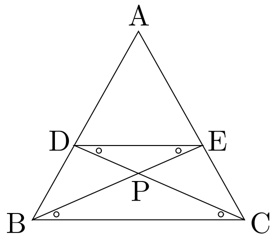
図チャレ 第69回(2007年6月)

　$\triangle$ABCの辺AB上(両端を除く)に点D，辺AC上(両端を除く)に点Eを

$$\angle \mathrm{BCD} = \angle \mathrm{CBE}$$

となるようにとる。BCとDEが平行ならば，AB＝ACであることを示せ。

解答



　BC$/\!/$DEより

$$\angle \mathrm{BCD} = \angle \mathrm{CDE}, \quad \angle \mathrm{CBE} = \angle \mathrm{BED}$$

$\angle \mathrm{BCD} = \angle \mathrm{CBE}$より

$$\angle \mathrm{CDE} = \angle \mathrm{BED}$$

であり，BEとCDの交点をPとすると

$$\mathrm{PD} = \mathrm{PE}, \quad \mathrm{PB} = \mathrm{PC}$$

である。したがって，BCの垂直二等分線とDEの垂直二等分線はともに点Pを通る。

　BCの垂直二等分線に関して対称移動するとき，AがA$'$に移るとする。Aは直線BD上にあり，BはCに，DはEに移るから，A$'$は直線CE上にある。また，Aが直線CE上にあることより，同様にしてA$'$は直線BD上にあることも言える。したがって，A$'$は直線CEと直線BDの交点となり，

$$\mathrm{A}' = \mathrm{A}$$

である。

　頂点AはBCの垂直二等分線に関する対称移動により不動であるから，AはBCの垂直二等分線上にあり，

$$\mathrm{AB} = \mathrm{AC}$$

が成り立つ。　(証明おわり)