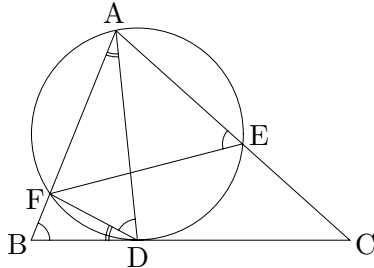


図チャレ 第73回 (2007年10月)

三角形ABCにおいて、頂点Aを通り辺BCと点Dで接する円が、辺CA, ABとそれぞれE, Fで交わるとする。 $\triangle ABC \sim \triangle AEF$ ならば、 $AD \perp BC$ であることを示せ。

解答



$\triangle ABC \sim \triangle AEF$ より、特に

$$\angle ABC = \angle AEF$$

円周角の性質より $\angle AEF = \angle ADF$ となるから

$$\angle ABC = \angle ADF$$

..... ①

接弦定理より

$$\angle BDF = \angle DAF$$

..... ②

①かつ②より

$$\triangle BDF \sim \triangle DAF \quad \therefore \angle BFD = \angle DFA$$

$\angle BFD + \angle DFA = 180^\circ$ であるから

$$\angle BFD = \angle DFA = 90^\circ$$

であり、 $\triangle DAF$ において

$$\angle DAF + \angle ADF = 180^\circ - \angle DFA = 90^\circ$$

であるから、②とあわせて

$$\angle ADB = \angle BDF + \angle ADF = 90^\circ$$

$$\therefore AD \perp BC$$

(証明おわり)