

## 図チャレ 第 85 回 (2008 年 10 月)

三角形 ABC の外接円に点 A で内接する円が、辺 BC と点 D で接するとき、線分 AD は  $\angle BAC$  を二等分することを証明せよ。

解答

点 A で三角形 ABC の外接円に内接する円と辺 AB, AC との交点をそれぞれ E, F とすると、接弦 AF に対する円周角と接弦 AC に対する円周角は等しいから、

$$\angle AEF = \angle ABC$$

同位角が等しいことより

$$EF \parallel BC$$

その錯角は等しいから

$$\angle DEF = \angle BDE$$

..... ①

内接円は点 D において辺 BC に接するから、接弦定理より

$$\angle BDE = \angle BAD$$

..... ②

弧 DF に対する円周角を考えて

$$\angle DEF = \angle DAF = \angle DAC$$

..... ③

①, ②, ③より

$$\angle BAD = \angle DAC$$

であり、線分 AD は  $\angle BAC$  を二等分する。

(証明おわり)

